

## پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون شماره ۷ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

### ۶۶ ریاضیات و

۱۰۱ - پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۸ حسابان

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{و } f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) \quad \text{مشتق پذیر باشد، داریم:}$$

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x)) \quad \text{نکته: مشتق تابع مرکب}$$

نکته: اگر  $f(x)$  در نقطه  $x = a$  مشتق پذیر باشد، آنگاه در این نقطه پیوسته است.

نکته: اگر  $f(x)$  در نقطه  $x = a$  پیوسته باشد، آنگاه  $f'(x)$  هم در این نقطه پیوسته است.

حد مندرج کسر صفر است، ولی حاصل حد عددی حقیقی است: بنابراین باید حد صورت هم صفر باشد:

$$\lim_{h \rightarrow 0} f''(2-h) - 8 = \dots \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f''(2-h) = 8 \xrightarrow[\text{پیوسته}]{x=2, f''(2)=8} f''(2) = 8 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(2-h) - 8}{h} \xrightarrow[\text{Hop}]{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2f''(2-h)f'(2-h)}{1}} = -2f''(2)f'(2) \xrightarrow[\text{طبق فرض}]{f(2)=2, f'(2)=-1} -2(-1) = 2$$

$$y = xf\left(\frac{2}{x}\right) \Rightarrow y' = f\left(\frac{2}{x}\right) + x\left(-\frac{2}{x^2}\right)f'\left(\frac{2}{x}\right) \xrightarrow{x=2} y'(2) = f(2) - 2f'(2) = 2 - 2(-1) = 4$$

۱۰۲ - پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۸ حسابان

نکته (مشتق عامل صفر کننده): اگر  $f$  مشتق پذیر،  $g$  پیوسته و  $f(a) = 0$  باشد، داریم:

$$y = f(\tan x) \Rightarrow y' = (1 + \tan^2 x)f'(\tan x) \xrightarrow[f]{x=\pi} y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})f'(\tan \frac{\pi}{4}) = 2f'(1) \quad (*)$$

حال باید مقدار  $f'(1)$  را به دست بیاوریم:

$$f(x) = \frac{1-x^r}{1-\sqrt{r+x}} = (1-x^r) \times \frac{1}{1-\sqrt{r+x}} \Rightarrow f'(1) = (-rx \times \frac{1}{1-\sqrt{r+x}})_{x=1} = -rx \times \frac{1}{1-\sqrt{r+1}} = -2 \times \frac{1}{-1} = 2$$

عامل صفر کننده

$$y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \times 2 = 4 \quad \text{با جایگذاری در (*) داریم:}$$

۱۰۳ - پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۷ حسابان

$$(\tan^{-1} u)' = \frac{u'}{1+u^2} \quad \text{نکته:}$$

$$y = \tan^{-1} \frac{1}{x} \Rightarrow y' = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{1+x^2}$$

چون  $0 < -1 \leq \frac{-1}{1+x^2}$ ، پس شیب خط مماس باید در بازه  $(-1, 0)$  باشد. با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۱ درست است. ( $m = -\frac{1}{1+x^2}$ )

مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۷۴ حسابان

۱۰۴ - پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

نکته: معادله خط مماس بر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $(\alpha, f(\alpha))$  عبارت است از:  $y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha)$  شیب خط مماس:  $m = f'(\alpha) = -2\alpha$

معادله خط مماس بر نمودار  $y = f(x)$  در نقطه  $(\alpha, 1 - \alpha^2)$  را می‌نویسیم:

$$y - (1 - \alpha^2) = -2\alpha(x - \alpha)$$

چون نقطه  $A(2, 0)$  روی این خط واقع است، پس در معادله آن صدق می‌کند:

$$0 - (1 - \alpha^2) = -2\alpha(2 - \alpha) \Rightarrow 1 + \alpha^2 = -2\alpha + 2\alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha_1, \alpha_2 = -1$$

حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $\alpha_1 \alpha_2 = -1$

$\Rightarrow m_1 m_2 = (-2\alpha_1)(-2\alpha_2) = 4\alpha_1 \alpha_2 = -4$  حاصل ضرب شیب‌های مماس

راه حل دوم:

نکته: نمودار  $f(x)$  بر نمودار  $g(x)$  مماس است، هرگاه معادله  $f(x) = g(x)$  دارای ریشه مضاعف باشد.

$$y - 2 = m(x - a) \Rightarrow y = mx - ma + 2$$

طبق فرض، این خط بر نمودار  $f(x)$  مماس است. پس معادله زیر دارای ریشه مضاعف است:

$$1 - x^2 = mx - ma + 2 \Rightarrow x^2 + mx - ma + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(-ma + 1) = 0 \Rightarrow m^2 + 4am - 4 = 0 \Rightarrow m_1 m_2 = -4$$

بنابراین حاصل ضرب شیب‌های خطوط مماس برابر  $-4$  است.

- پاسخ: گزینه ۲  $\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۴۹ حساب دیفرانسیل و انتگرال

ابتدا با کمک بازه‌بندی، ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = a|x| + (2x - b)[x] : \begin{cases} -ax - (2x - b) & -1 \leq x < 0 \\ ax & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

چون  $f$  در  $x = 0$  مشتق پذیر است، پس پیوسته هم می‌باشد بنابراین:

$$f(-) = f(+) \Rightarrow -(-b) = 0 \Rightarrow b = 0$$

همچنین باید مشتق چپ و راست  $f$  در  $x = 0$  باهم برابر باشد. پس:

$$f'_-(0) = f'_+(0) \Rightarrow -a - 2 = a \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۶۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال

- پاسخ: گزینه ۱

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

نکته:  $\ln a + \ln b = \ln ab$  ،  $n \ln a = \ln a^n$

$$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1} \Rightarrow f'(1) = \ln 2 + \frac{1}{2} = \ln 2 + \ln \sqrt{e} = \ln 2\sqrt{e} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \ln a \Rightarrow a = 2\sqrt{e}$$

$\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۶۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال

- پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

ابتدا ضابطه تابع  $y$  را به دست می‌آوریم:

$$y = f(\ln x) + \ln f(x) = \ln x \cdot e^{\ln x} + \ln(xe^x) = x \ln x + \ln x + \ln e^x = x \ln x + \ln x + x \Rightarrow y' = \ln x + 1 + \frac{1}{x} + 1 \Rightarrow y'(1) = 3$$

راه حل دوم:

$$y = f(\ln x) + \ln(f(x)) \Rightarrow y' = \frac{1}{x} f'(\ln x) + \frac{f'(x)}{f(x)} \xrightarrow{x=1} y'(1) = f'(\cdot) + \frac{f'(1)}{f(1)} \quad (*)$$

حال با توجه به ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = xe^x \Rightarrow f'(x) = (x+1)e^x$$

بنابراین:

$$f(1) = e \quad , \quad f'(\cdot) = 1 \quad , \quad f'(1) = 2e$$

با جایگذاری این مقادیر در  $(*)$  داریم:

$$y'(1) = 1 + \frac{2e}{e} = 3$$

- پاسخ: گزینه ۳

$\blacktriangle$  مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۳۴ حساب دیفرانسیل و انتگرال

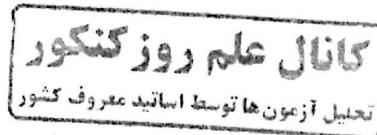
نکته: آنگاه تانژانت زاویه بین دو مماس چپ و راست نمودار  $f$  در نقطه  $x = x_0$  عبارت است از:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$\begin{cases} x \rightarrow \frac{\pi^+}{4} : f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f'_+(\frac{\pi}{4}) = -2 \\ x \rightarrow \frac{\pi^-}{4} : f(x) = 2 \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -4 \sin 2x \Rightarrow f'_-(\frac{\pi}{4}) = -4 \end{cases}$$

حال با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{-2 + 4}{1 + 8} \right| = \frac{2}{9}$$



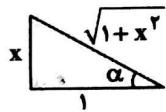
۱۰۹- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$(\sin^r(\tan^{-1}x))' = r \sin(\tan^{-1}x) \cos(\tan^{-1}x) \left( \frac{1}{1+x^2} \right) \xrightarrow{x=-1} (\sin^r(\tan^{-1}x))'_{x=-1} = r \sin(-\frac{\pi}{4}) \cos(-\frac{\pi}{4}) \left( \frac{1}{2} \right) \\ = \left( \frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{1}{2}$$

راه حل دوم: ابتدا با استفاده از روابط مثلثاتی، ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم.

$$f(x) = \sin^r(\tan^{-1}x)$$



$$\tan^{-1}x = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = x \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} \sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \sin^r \alpha = \frac{x^r}{1+x^2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^r}{1+x^2}$$

$$f'(x) = \frac{rx(1+x^2) - rx(x^r)}{(1+x^2)^2} \Rightarrow f'(-1) = \frac{-2 \times 2 + 2}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۵۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

نکته: مشتق تابع ضمنی  $F(x, y) = 0$  عبارت است از:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{y}{x}$$

مشتق نسبت به  $x$  با فرض ثابت بودن  $y$

$$y = \ln e^x - \ln(x+e^y) = x - \ln(x+e^y) \Rightarrow x - \ln(x+e^y) - y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{1 - \frac{1}{x+e^y}}{-\frac{e^y}{x+e^y} - 1} \xrightarrow{x=0} y'(0,0) = 0$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۵۸ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$(f^{-1})'(\beta) = \frac{1}{f'(\alpha)}$$

$$(f^{-1}(x-f(x)))' = (x-f(x))(f^{-1})'(x-f(x)) \xrightarrow{x=1} (f^{-1}(x-f(x)))'_{x=1} = (x-f'(1))(f^{-1})'(2) \quad (*)$$

$$f(x) = x^r + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = rx^r + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = r + \frac{1}{2} = \frac{r}{2}, \quad (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{2}{r}$$

$$(f^{-1}(x-f(x)))'_{x=1} = (x-\frac{r}{2}) \times \frac{2}{r} = \frac{1}{r}$$

با جایگذاری این مقادیر در (\*) داریم:

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۴۶ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$f(x) = rx + g^{\delta}(rx) \Rightarrow f'(x) = r + g^r(rx)g'(rx) \quad (*) \xrightarrow{x=0} f'(\cdot) = r + g^r(\cdot)g'(\cdot)$$

$$\frac{f'(\cdot)=r}{g'(\cdot)=1} \Rightarrow r = r + g'(\cdot) \Rightarrow g'(\cdot) = 0$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (\*) داریم:

$$f''(x) = r \cdot g^r(rx)g'^r(rx) + r \cdot g''(rx)g^r(rx) \xrightarrow{x=0} f''(\cdot) = r \cdot g^r(\cdot)g'^r(\cdot) + r \cdot g''(\cdot)g^r(\cdot) \xrightarrow{\frac{g(\cdot)=1}{g'(\cdot)=0}} 2 \cdot g''(\cdot)$$

$$\Rightarrow \frac{f''(\cdot)}{g''(\cdot)} = 2.$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۵۸ حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = x^r + rx - 1 \Rightarrow f'(x) = rx^{r-1} + r$$

$$\begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 1 \\ f'(1) = \delta \Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{\delta} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(rx)-1}{f'(x)-r} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{r(f^{-1})'(rx)}{rf(x)f'(x)} = \frac{(f^{-1})'(2)}{f'(1)f'(1)} = \frac{\frac{1}{\delta}}{r \times \delta} = \frac{1}{\delta^2}$$

کanal علم روز کنکور  
تحلیل آزمون‌ها توسط استادی عروف کشوار

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: « متوسط \* صفحه ۱۵۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$\frac{dy}{dx} = \dots \Rightarrow \frac{dy}{y} = \dots \Rightarrow \ln|y| = \dots \Rightarrow |y| = e^{\dots} \Rightarrow y = \pm e^{\dots}$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطه ضمیم داده شده، نقاط A و B را به دست می‌آوریم.

$$(2y)^2 - 4(2y)y + 4y^2 + 1 = \dots \Rightarrow 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 + 1 = \dots \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \xrightarrow{x=2y} x = \pm 2 \Rightarrow A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

بنابراین طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۱

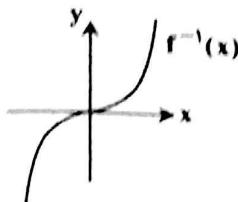
▲ مشخصات سؤال: « متوسط \* صفحه ۱۷۰ حساب دیفرانسیل و انتگرال

نکته: نقطه درونی  $c \in D_f$  را نقطه بحرانی تابع f می‌نامیم، هرگاه  $f'(c) = 0$  یا  $f'(c)$  موجود نباشد.

ضابطه  $f^{-1}$  را به دست می‌آوریم، برای این منظور وارون هر یک از ضابطه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y_1 = \sqrt{x} & ; x \geq 0 \Rightarrow x = y_1^2 & ; y_1 \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 & ; x \geq 0 \\ y_2 = -\sqrt{-x} & ; x \leq 0 \Rightarrow x = -y_2^2 & ; y_2 \leq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x^2 & ; x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

در نتیجه  $f^{-1}$  دارای یک نقطه بحرانی ( $x = 0$ ) است.



۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

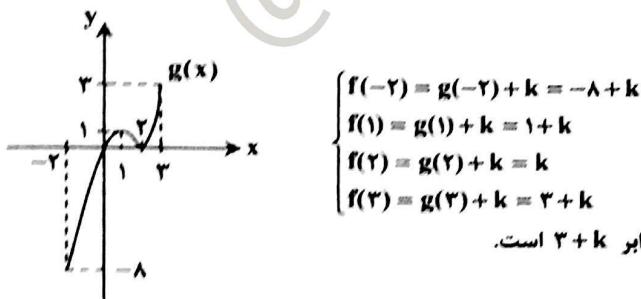
▲ مشخصات سؤال: « متوسط \* صفحه ۱۶۸ حساب دیفرانسیل و انتگرال

ابتدا نمودار  $|x-2|g(x) = x|x-2|$  رارسم می‌کنیم.

$$g(x) = \begin{cases} x(x-2) & x \geq 2 \\ -x(x-2) & x < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)^2 - 1 & x \geq 2 \\ -(x-1)^2 + 1 & x < 2 \end{cases}$$

چون  $k = f(x) + g(x)$ ، پس نقاط بحرانی f و g یکسان هستند.

با توجه به نقاط بحرانی g روی نمودار داریم:



$$\begin{cases} f(-2) = g(-2) + k = -8 + k \\ f(0) = g(0) + k = 1 + k \\ f(2) = g(2) + k = k \\ f(3) = g(3) + k = 3 + k \end{cases}$$

بنابراین مقدار مینیمم مطلق f برابر  $-8 + k$  و مقدار ماکسیمم مطلق f برابر  $3 + k$  است.

طبق فرض داریم:

$$-8 + k + 3 + k = \dots \Rightarrow 2k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$$

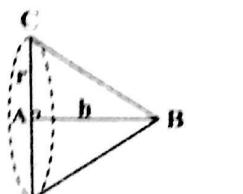
۱۱۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: « متوسط \* صفحه ۱۷۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

نکته: حجم مخروطی به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر است با:

$$BC = \Delta\sqrt{3} \Rightarrow r^2 + h^2 = \Delta^2 \Rightarrow r^2 = \Delta^2 - h^2$$



شکل حاصل از دوران  $\triangle ABC$  حول ضلع AB، مخروطی با شعاع قاعده AC = r و ارتفاع AB = h است.

$$BC = \Delta\sqrt{3} \Rightarrow r^2 + h^2 = \Delta^2 \Rightarrow r^2 = \Delta^2 - h^2$$

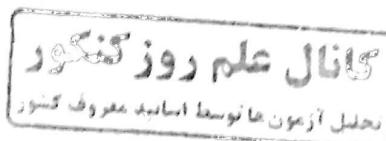
بنابراین حجم این مخروط برابر است با:

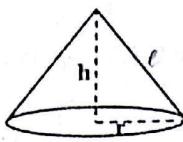
$$V = \frac{1}{3}\pi(r\Delta - h^2)h = \frac{\pi}{3}(\Delta rh - h^3)$$

$$V' = \dots \Rightarrow \frac{\pi}{3}(\Delta rh - 3h^2) = \dots \Rightarrow 2h^2 = \Delta r \Rightarrow h^2 = \Delta r \xrightarrow{h>0} h = \Delta$$

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای حجم برابر است با:

$$V = \frac{1}{3}\pi(\Delta r - h^2)h = \frac{2\Delta^2\pi}{3}$$





▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۷۷ حساب دیفرانسیل و انتگرال

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: مساحت جانبی مخروطی با مولد  $\ell$  برابر است با:

$$S = \pi r \ell$$

$$S = \pi r \ell \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \pi \Rightarrow r \ell = 1 \Rightarrow \ell = \frac{1}{r}$$

$$r^2 + h^2 = \ell^2 \Rightarrow r^2 + h^2 = \frac{1}{r^2} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{1}{r^2} - r^2} = \frac{\sqrt{1-r^4}}{r}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r \sqrt{1-r^4}$$

$$V' = \cdot \Rightarrow \frac{1}{3} \pi \left( \sqrt{1-r^4} - \frac{4r^2 \times r}{2\sqrt{1-r^4}} \right) = \cdot \Rightarrow \sqrt{1-r^4} - \frac{2r^3}{\sqrt{1-r^4}} = \cdot \Rightarrow \frac{1-r^4-2r^3}{\sqrt{1-r^4}} = \cdot \\ \Rightarrow 1-2r^3 = \cdot \Rightarrow r^3 = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

بنابراین بهازی  $r = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ، حجم مخروط ماکسیمم می شود.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۹۵ هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$A = [2i + 3j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{ij} = 2i + 3j$$

با:

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = (2+6) + (4+6) + (6+6) = 8 + 10 + 12 = 30$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۸۹ هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای استاندارد سازی مقطع مخروطی  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ، باید محورهای مختصات را به اندازه  $\theta$  دوران دهیم که

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C}$$

$$x^2 - 4\sqrt{3}xy + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C} = \frac{-4\sqrt{3}}{1-1} = \infty \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۷۰ ریاضی ۲

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۴

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^2 = I \Rightarrow (A^2)^{697} = I \Rightarrow A^{1394} = I \Rightarrow A^{1395} = A$$

$$A^{1395} - A^{1394} = A - I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۰۶ هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: ماتریس  $A$  را متقارن (پادمتقارن) می نامیم، هرگاه:  $(A^t = -A) A^t = A$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$A^t = A, B^t = B, C^t = -C$$

$$A + 2B = C \Rightarrow (A + 2B)^t = C^t \Rightarrow A^t + 2B^t = C^t \Rightarrow A + 2B = -C \xrightarrow{A+2B=C} C = -C \Rightarrow C = 0$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۷۶ هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم مبدأ مختصات را به نقطه  $(\alpha, \beta)$  انتقال داده ایم. اگر مختصات جدید را با  $(X, Y)$  نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y + \beta \end{cases}$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله خط  $5x - 5y = 3x - 5$  داریم:

$$Y + \beta = 2(X + \alpha) - 5 \Rightarrow Y = 2X - 5 + 2\alpha - \beta$$

طبق فرض باید این خط بر خط  $5x - 5y = 3x - 5$  منطبق باشد، بنابراین:

$$2\alpha - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 2\alpha$$

در نتیجه نقطه مورد نظر به صورت  $(\alpha, 2\alpha)$  است. با توجه به گزینه ها، گزینه ۳ پاسخ است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۱۲ هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$A^T = A + I \Rightarrow A^T = (A^T)^T = (A + I)^T = A^T + 2A + I \quad \underline{A^T = A + I} \quad (A + I) + 2A + I = 3A + 2I$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۰۶ هندسه تحلیلی و جبر خطی

(AB)<sup>t</sup> = B<sup>t</sup>A<sup>t</sup> : نکته

$$A^t = A = \begin{bmatrix} (i^T + j^T) \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} \quad \text{درازی هر } i \text{ و } j \text{ داریم: } a_{ij} = a_{ji}, \text{ پس این ماتریس متقارن است:}$$

$$B^t = -B \quad \text{درازی هر } i \text{ و } j \text{ داریم: } a_{ij} = -a_{ji}, \text{ پس این ماتریس پادمتقارن است:}$$

$$(AB)^t = B^t A^t = (-B) A = -BA$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۰۶ هندسه تحلیلی و جبر خطی

نکته: ماتریس AA<sup>t</sup> دارای ویژگی‌های زیر است:۱) مریعی است: A<sub>m×n</sub>, A<sub>n×m</sub> ⇒ (AA<sup>t</sup>)<sub>m×m</sub>۲) متقارن است: (AA<sup>t</sup>)<sup>t</sup> = AA<sup>t</sup>

۳) درایه‌های روی قطر اصلی آن نامنفی است. به مثال زیر دقت کنید:

$$AA^t = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 + b^2 & ac + bd \\ ac + bd & c^2 + d^2 \end{bmatrix}$$

در بین گزینه‌ها، فقط ماتریس گزینه ۴ دارای این سه ویژگی است.

$$AA^t = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{درازی: } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۰۷ هندسه تحلیلی و جبر خطی

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{تحت ماتریس تبدیل } A_{2 \times 2} \text{ عبارتست از:} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 2y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = X \\ y = \frac{Y}{2} \end{cases}$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله دایره  $x^2 + y^2 = 2$ ، داریم:

$$(X-1)^2 + \left(\frac{Y}{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow (X-1)^2 + Y^2 = 8 \Rightarrow \frac{(X-1)^2}{4} + \frac{Y^2}{8} = 1$$

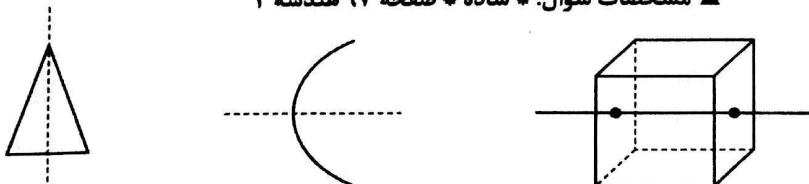
معادله بالا نشان‌دهنده یک بیضی با پارامترهای زیر است:

$$a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 6$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{بنابراین خروج از مرکز این بیضی برابر است با:}$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۹۷ هندسه ۲



در بین گزینه‌ها، فقط متوازی‌الاضلاع است که در حالت کلی محور تقارن ندارد؛ مگر آنکه به لوزی، مستطیل یا مریع تبدیل شود.

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۹۲ هندسه ۲

نکته: ضابطه انتقال با بردار (h, k) عبارتست از: T(x, y) = (x + h, y + k)

اگر مختصات جدید را با (X, Y) نمایش دهیم، داریم:

$$(X, Y) = T(x, y) = (x + 2, y - 3) \Rightarrow \begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y + 3 \end{cases}$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله خط  $x - y = -4$  (نیمساز ربع دوم و چهارم) داریم:

$$Y + 3 = -(X - 2) \Rightarrow Y = -X - 1$$

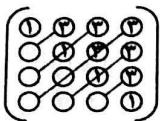
کانال علم روز گنکور

بنابراین عرض از مبدأ این خط برابر ۱- می‌باشد.



۱۳۴- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۶۳ ریاضیات گستره  
 چون مجموعه  $A$  دارای ۴ عضو است، پس ماتریس نظری  $R$  یک ماتریس  $4 \times 4$  است. چون  $(M(R) \times M^T(R)) \ll I$ ، پس درایه‌های روی قطر اصلی  $M$  برابر ۱ هستند. همچنین با توجه به شرط  $I \ll (R \times M^T(R))$ ، هر دو عضو متقابله نسبت به قطر اصلی، ۳ حالت دارند. بنابراین تعداد روابط مورد نظر برابر است با:  $3^6$



۱۳۵- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۶۲ ریاضیات گستره

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \ll A$$

بنابراین ماتریس  $A$  باید به شکل مقابل باشد:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

چون  $A$  دارای ۵ درایه ۱ است، پس باید ۲ جایگاه از ۶ جایگاه خالی ۱ و ۴ جایگاه دیگر صفر باشد.

بنابراین تعداد ماتریس‌ها برابر است با:  $= 15 = 3! / 2$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۶ ریاضی ۲

دو حالت درنظر گیریم:

- (الف) حرف تکراری نداشته باشیم: در این صورت باید با ۳ حرف «ن-ا» و «یک کلمه ۲ حرفی بسازیم که تعداد آن‌ها برابر است با:  $= 6 = 3!$
- (ب) حرف تکراری داشته باشیم: در این صورت یکی از ۲ حرف «ن-ا» تکرار می‌شود و باید ۱ حرف از بین حروف باقی‌مانده انتخاب کنیم و با آن‌ها یک کلمه ۳ حرفی بسازیم.

$$\begin{array}{c} (2) \\ (1) \\ \downarrow \\ \text{انتخاب ۱ حرف از ۲ حرف باقی‌مانده} \end{array} \times \begin{array}{c} (2) \\ (1) \\ \downarrow \\ \text{انتخاب ۱ برا برای تکرار} \end{array} \times \frac{3!}{2!} = 12 \quad (**)$$

از (\*) و (\*\*) نتیجه می‌گیریم تعداد این کلمات برابر است با:  $= 12 + 6 = 18$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۱ ریاضی ۲

باید عددی سه رقمی با ۲ رقم فرد و ۱ رقم زوج بسازیم. برای این منظور ۲ حالت درنظر گیریم:

- (الف) عدد مورد نظر شامل صفر باشد: در این صورت باید ۲ رقم فرد از بین ۵ رقم فرد انتخاب کنیم و جایگشت این ۳ رقم را در کنار یکدیگر به‌دست بیاوریم.

$$\begin{array}{c} \text{جایگشت ۲ رقم فرد} \\ \uparrow \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times 2 \times 2 = 40 \quad (*) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{انتخاب ۲ رقم فرد} \\ \uparrow \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times 2 \times 2 = 40 \quad (*) \\ \downarrow \\ \text{جایگشت صفر} \end{array}$$

دقت کنید که صفر فقط می‌تواند در جایگاه یکان یا دهگان باشد (۲ حالت).

- (ب) عدد مورد نظر فاقد صفر باشد: در این صورت باید ۲ رقم فرد از بین ۵ رقم فرد و ۱ رقم زوج از بین ۴ رقم زوج غیر صفر انتخاب کنیم و جایگشت این ۳ رقم را در کنار یکدیگر به‌دست بیاوریم.

$$\begin{array}{c} \text{انتخاب ۱ رقم زوج} \\ \uparrow \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times 3! = 240 \quad (***) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{انتخاب ۲ رقم فرد} \\ \uparrow \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times 3! = 240 \quad (****) \\ \downarrow \\ \text{جایگشت این ۳ رقم} \end{array}$$

از (\*) (\*\*) نتیجه می‌گیریم تعداد اعداد مورد نظر برابر است با:  $= 240 + 240 = 480$

کانال علم روزگنگو

تحلیل ازمون های موسسه اسنادی میراث

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۵۰ و ۵۱ ریاضیات گستته

$$x = a_1 - a_2 + a_3 + \cdots + (-1)^{n-1} a_n \quad x = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1}, \text{ داریم:}$$

نکته: اگر  $\frac{m}{d}$  که در آن  $a = b$  باشد، آن‌گاه  $a = bc$  با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\frac{11}{823} = \frac{11}{581} \Rightarrow 2 - 2 + a = 1 - a + 5 \Rightarrow 2a = 5 = 11 + 5 = 16 \xrightarrow{(2,11)=1} a = 8 \xrightarrow[1 \leq a \leq 9]{} a = 8$$

حال داریم:  $1^8 = 321 = 321^8$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۵۵ ریاضیات گستته

$$a = \frac{[m,n]}{b} = \frac{n}{b} \cdot a = b \quad a = b$$

نکته: اگر  $a = b$  و  $a = c$  باشند، آن‌گاه  $a = bc$  با توجه به اینکه  $3 \times 5 = 15$ .

$$8^{13} + 3^{13} + 6^{13} = (-2)^{13} + (-2)^{13} + 1^{13} = 2^{15} + 1 = 8 + 1 = 4 \quad (**)$$

$$8^{13} + 3^{13} + 6^{13} = (-1)^{13} + \cdots + 1 = 4 \quad (***)$$

$$\text{از } (*) \text{ و } (***), \text{ با توجه به نکته داریم: } 4^{15} + 3^{14} + 6^{14} = 4$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۵۶ ریاضیات گستته

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۲ عدد مورد نظر را با  $a$  نمایش می‌دهیم.

$$\begin{cases} a = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \\ a = \frac{21}{3} = \frac{7}{1} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{[15, 21]}{45} = \frac{15 \times 7}{45} = \frac{105}{45} = a = 45 \Rightarrow a = 105k + 45$$

چون  $a$  سه‌رقمی است، پس باید داشته باشیم:

$$100 \leq a \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 105k + 45 \leq 999 \Rightarrow \frac{55}{105} \leq k \leq \frac{954}{105} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 9$$

بنابراین ۹ عدد با ویژگی‌های گفته شده وجود دارد.

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۵۹ ریاضیات گستته

راه حل اول: ابتدا اعضای هر یک از رابطه‌ها را می‌نویسیم:

$$R = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,3), (3,2), (3,3), (4,2)\}$$

$$S = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,4), (3,1), (3,4), (4,1), (4,3), (4,4)\}$$

حال مشابه راه حل اول سؤال ۱۳۳، اعضا روابط SOR و ROS را به دست می‌آوریم:

$$SOR = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,1), (2,1), (2,2), (3,2), (3,4), (3,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$$

$$ROS = \{(1,2), (1,2), (2,3), (2,2), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,2)\}$$

بنابراین:

$$SOR - ROS = \{(1,4), (1,1), (2,1), (2,4)\}$$

در نتیجه این رابطه دارای ۴ عضو است.

راه حل دوم: نکته:  $M(ROS) = M(S) \odot M(R)$

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad M(S) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$M(SOR) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad M(ROS) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow M(SOR - ROS) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در نتیجه رابطه مورد نظر دارای ۴ عضو است.

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۲

هر یک از موارد را بررسی می کنیم:

(الف)  $\{2\} \in B \Rightarrow A \in B \quad \checkmark$

(ب)  $2 \in B \Rightarrow \{2\} \subseteq B \Rightarrow A \subseteq B \quad \checkmark$

(پ)  $C \xrightarrow{r \in B} B \not\subseteq C \quad \times$

(ت)  $\{4, 1, \{2\}, 2\} \not\subseteq C \Rightarrow B \not\subseteq C \quad \times$

بنابراین تنها ۲ مورد درست است.

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۵ جبر و احتمال

با توجه به اینکه  $x$  و  $y$  هر دو اعدادی صحیح هستند، داریم:

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow |y| \leq -1 \times \\ x = 0 \Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow |y| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \Rightarrow y = -1, 0, 1 \\ x = 2 \Rightarrow |y| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2 \Rightarrow y = -2, -1, 0, 1, 2 \end{cases}$$

بنابراین  $\{ \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot \}$  دارای ۹ عضو است.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۳۶ جبر و احتمال

زیرمجموعه مورد نظر به شکل زیر است:

$\{\{a, b\}, \square, \square, \square\}$

بنابراین باید ۳ عضو از ۵ عضو باقی مانده انتخاب کنیم که تعداد حالت‌های آن برابر است با:  ${}^5C_3 = 10$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۶ جبر و احتمال

نکته (تعداد روابط هم‌ارزی):

تعداد اعضای مجموعه	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد روابط هم‌ارزی	۱	۲	۵	۱۵	۵۲

$$\begin{cases} (1, 2) \in R & 1 \\ (1, 2) \text{ در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارد.} & 2 \\ (2, 3) \in R & 2 \\ (2, 3) \text{ در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارد.} & 3 \end{cases}$$

بنابراین باید تعداد روابط هم‌ارزی روی مجموعه ۳ عضوی  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  را بدست بیاوریم که با توجه به نکته بالا برابر است با: ۵

## فیزیک و

۶۶

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۴۴ فیزیک چهارم

سرعت صوت در یک گاز معین، تنها به دمای مطلق گاز بستگی دارد.

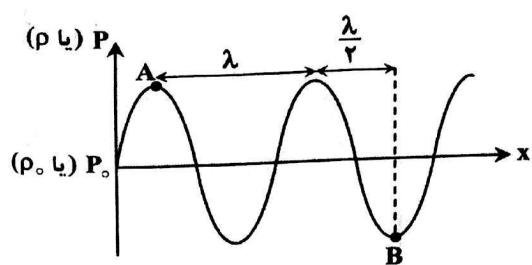
$$V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{627 + 273}{27 + 273}} = \sqrt{\frac{900}{300}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{3} = 1/7 \Rightarrow \frac{170}{100} = 1.7$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۴۱ فیزیک چهارم

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۱



$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{1000} = 0.34 \text{ m} = 34 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{3}{2} \lambda = \frac{3}{2} \times 34 = 51 \text{ cm}$$

گانال علم روز گنگور  
جدل آزمون ها توسط استادی معروف گشود

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۲  
مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۱۴۸، ۱۴۹ و ۱۵۰ فیزیک چهارم  
لوله، یک انتهای بسته است. (تعداد گره و شکم برابر است).

$$V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad f_1 = \frac{V}{\ell}, \quad f_{2n-1} = (2n-1)f_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{همانگ هفتم : } f_7 = 7f_1 \\ \text{همانگ پنجم : } f_5 = 5f_1 \end{array} \right\} \Rightarrow 7f_1 = 5f_1' \\ \Rightarrow 7V = 5V' \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{7}{5} \Rightarrow \sqrt{\frac{T'}{T}} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{T'}{300} = \frac{49}{25} \Rightarrow T' = 588K = 315^{\circ}C$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۱۴۸ و ۱۴۹ فیزیک چهارم

$$\frac{f}{f_1} = \frac{600}{200} = 3 \Rightarrow \text{همانگ سوم}$$



در همانگ سوم ۲ گره تشکیل شده است، پس لوله، یک انتهای بسته است، زیرا:

لوله یک انتهای بسته با  $n$  گره و  $n$  شکم  $\leftarrow$  همانگ  $n-1$   
لوله دو انتهای باز با  $n$  گره و  $(n+1)$  شکم  $\leftarrow$  همانگ  $n$

$$1000 = 5 \times 200 \Rightarrow \text{همانگ پنجم}$$

$$\ell = \frac{5\lambda}{4}$$

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۳  
مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۵۱ فیزیک چهارم  
در هر ثانیه سطح آب ۲ سانتی متر پایین می رود.

$$V = Ah \Rightarrow 10 = \Delta h \Rightarrow h = 2\text{cm}$$

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{500} = 0.68\text{m} = 68\text{cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 17\text{cm}$$

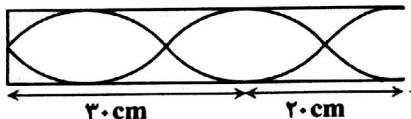
اولین تشدید در  $\ell = \frac{\lambda}{4}$  و دومین تشدید در  $\ell = \frac{3\lambda}{4}$  انجام می شود.

$$\ell_1 = \frac{\lambda}{4} = 17\text{cm} \Rightarrow t_1 = \frac{17}{2} = 8.5\text{s}$$

$$\ell_2 = \frac{3\lambda}{4} = 51\text{cm} \Rightarrow t_2 = \frac{51}{2} = 25.5\text{s}$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۱  
مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۴۹ فیزیک چهارم

اگر لوله دو انتهای باز باشد و ۳ شکم در آن تشکیل شود، شکم وسطی از دو سر لوله به یک فاصله خواهد بود، پس این لوله، یک انتهای بسته است و با ۳ شکم و ۳ گره در همانگ پنجم قرار دارد.



$$\frac{3\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = 40\text{cm}$$

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow f = \frac{320}{0.4} = \frac{3200}{4} = 800\text{Hz} \quad : \quad 2 \times 3 - 1 = 5$$

مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۴۹ فیزیک چهارم

$$f_1 = \frac{V}{\ell} = \frac{340}{2 \times 0.80} = \frac{340}{1.6} = 200\text{Hz}$$

$$f_n = nf_1 \Rightarrow n = \frac{900}{200} = 3 \Rightarrow \text{همانگ سوم}$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۴  
مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۱۵۵ تا ۱۵۷ فیزیک چهارم

$$I = \frac{P}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 5 = 10(1 - \log 2) = 10(1 - 0.3) = 7\text{dB}$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۵۸ فیزیک چهارم

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 94 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 9.4 = 8 + (2 \times 0.7) = \log 10^8 + \log 5^2$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^8 \times 25 \Rightarrow I = 25 \times 10^8 \times 10^{-12} = 2.5 \times 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۱۵۵ و ۱۵۸ فیزیک چهارم

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \lambda = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^\lambda \Rightarrow I = 10^{-\lambda} \frac{W}{m^2}$$

$$E = IAt = 10^{-\lambda} \times 500 \times 10^{-3} \times 2600 = 1/8 \times 10^{-2} J = 18 mJ$$

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۶۱ فیزیک چهارم

طول موج به حرکت ناظر بستگی ندارد؛ پس می‌توان گفت طول موج در جلوی منبع ۵۰ سانتی‌متر است.

$$\lambda = \frac{V - V_s}{f_s} \Rightarrow \lambda / \Delta = \frac{330 - 30}{f_s} \Rightarrow f_s = 600 \text{ Hz}$$

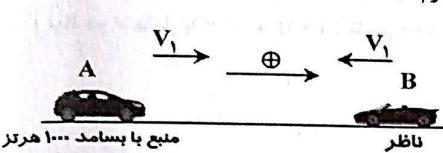
برای ناظر B

$$V_0 = +3 \frac{m}{s}, V_S = -3 \frac{m}{s}$$

$$\frac{V - V_0}{f_B} = \frac{V - V_S}{f_S} \Rightarrow \frac{330 - 30}{f_B} = \frac{330 + 30}{600} \Rightarrow f_B = \frac{600 \times 30}{360} = 500 \text{ Hz}$$

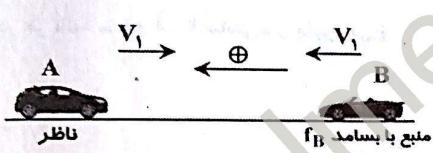
۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۶۲ فیزیک چهارم



$$\frac{V - V_1}{100} = \frac{V - (-V_1)}{f_B} \Rightarrow f_B = \frac{V + V_1}{V - V_1} \times 100$$

از B صوتی با بسامد  $f_B$  بازمی‌تابد.



$$\frac{V - (-V_1)}{121} = \frac{V - V_1}{f_B} \Rightarrow 121 = (\frac{V + V_1}{V - V_1}) f_B$$

$$\Rightarrow 121 = (\frac{V + V_1}{V - V_1})^2 \times 100 \Rightarrow (\frac{V + V_1}{V - V_1})^2 = \frac{121}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{V + V_1}{V - V_1} = \frac{11}{10} \Rightarrow 11(V + V_1) = 11(V - V_1) \Rightarrow 22V_1 = V \Rightarrow V_1 = \frac{V}{21}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول که منبع به ناظر نزدیک می‌شود:

$$V_s = +V_1, V_0 = 0, \frac{V - V_s}{f_s} = \frac{V - V_0}{f_0} \Rightarrow \frac{V - V_1}{f_s} = \frac{V}{f_0}$$

در حالت دوم که منبع از ناظر عبور کرده و از آن دور می‌شود:

$$V_0 = 0, V_s = -V_1, \frac{V - V_s}{f_s} = \frac{V - V_0}{f'_0} \Rightarrow \frac{V + V_1}{f_s} = \frac{V}{f'_0}$$

$$\xrightarrow{\text{ تقسیم دو رابطه }} \frac{V - V_1}{V + V_1} = \frac{f'_0}{f_0} \xrightarrow{\substack{\text{ حالت دوم} \\ \text{ حالت اول}}} \frac{V - V_1}{V + V_1} = \frac{95}{100}$$

$$\Rightarrow 50V = 195V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{39}V$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۱۷۱ و ۱۷۳ فیزیک چهارم

A و B با یکدیگر در فاز مخالف هستند و بین آن‌ها یک نقطه هم فاز با A داریم.

$$AB = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow 9 \times 10^{-6} = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow \lambda = 6 \times 10^{-6} \text{ m}$$

طول موج ۶ میکرون در خلا مربوط به پرتوهای فروسرخ است. ( $\lambda > 700 \text{ nm}$ )

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow 6 \times 10^{-6} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 5 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۷۲ فیزیک چهارم

سرعت همه موج‌های الکترومغناطیسی در خلا برابر است  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ . در سایر محیط‌ها اولاً سرعت موج‌های الکترومغناطیسی کمتر از این

مقدار است و ثانیاً سرعت بخش‌های مختلف طیف با یکدیگر متفاوت است. نمونه‌ای از این اختلاف سرعت بخش‌های مختلف طیف در مورد رنگ‌های مختلف نور در منشور دیده می‌شود. (جملات الف و ب نادرست هستند و جملات پ و ت درست هستند.)

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۳

در تغییر محیط، بسامد پرتو ثابت می‌ماند و خواص آن هم تغییر نمی‌کند (فرابنفش یا مرئی یا فروسرخ یا ... بودن) و در مورد پرتوهای مرئی، زنگ نیز تغییر نمی‌کند، مثلاً یک پرتو قرمز با تغییر محیط هم، قرمز می‌ماند.  
اما طول موج و سرعت انتشار به نسبت عکس ضریب شکست تغییر می‌کنند.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda - 125}{\lambda} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{3}{4}\lambda = \lambda - 125 \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 125$$

$$\Rightarrow \lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

این طول موج مربوط به پرتوهای مرئی است. ( $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$ )

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۷۱ فیزیک چهارم  
راستای انتشار موج محور  $z$  و امتداد میدان مغناطیسی آن موازی محور  $x$  است (بردار  $\vec{B}$  فقط مؤلفه  $x$  دارد) پس  $\vec{E}$  که بر هر دوی این‌ها عمود است، موازی محور  $y$  خواهد بود.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2 \times 10^9 \Rightarrow \lambda = \pi \times 10^{-9} \text{ m} = 2 \times 10^{-9} \text{ m} = 2 \text{ nm}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \pi \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 10^{17} \text{ Hz}$$

طول موج ۳ نانومتر و بسامد  $10^{17}$  هرتز در ناحیه پرتوهای فرابنفش و نزدیک به پرتوهای ایکس است.

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۱۷۷ و ۱۷۸ فیزیک چهارم

$$\lambda = V \cdot T \Rightarrow 6 \times 10^{-7} = 3 \times 10^8 T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-15} \text{ s}$$

$$\Delta t = 3T = 6 \times 10^{-15} \text{ s}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۳

اگر پهنهای هر نوار روشن (تاریک) را  $w$  بنامیم فاصله نوار روشن  $n$  از نوار روشن مرکزی  $2n$  و فاصله نوار تاریک  $n$  از نوار روشن مرکزی  $(2n-1)$  می‌شود. ضمناً  $w$  و  $\lambda$  با ضریب شکست محیط نسبت عکس دارد.

$$w = 6 \Rightarrow w = 1 \text{ mm}$$

$$\frac{w'}{w} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{n}{n'} \Rightarrow \frac{w'}{w} = \frac{1}{\frac{10}{9}} = \frac{9}{10} \Rightarrow w' = 0.9 \text{ mm}$$

$$x = 7w' \Rightarrow x = 7 \times 0.9 = 6.3 \text{ mm}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۸۰ فیزیک چهارم

( $w$ ) پهنهای نوار روشن یا پهنهای نوار تاریک است.)

$$\frac{\lambda D}{a} = \text{فاصله دو نوار روشن متواالی} = 2w = 0.2 \text{ mm}$$

$$x = \frac{\gamma \lambda D}{2a} = \text{فاصله نوار تاریک چهارم از نوار روشن مرکزی} = 7w$$

$$x = \frac{\gamma}{2} \times 0.2 = 0.7 \text{ mm} = 7 \times 10^{-4} \text{ m}$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۰ فیزیک چهارم

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\gamma \lambda D}{a} + \frac{\gamma \lambda D}{2a} = \frac{\gamma \lambda D}{2a}$$

$$\frac{9 \times 640 \times 10^{-9}}{2} \times \frac{D}{a} = 7 / 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{D}{a} = \frac{2 \times 7 / 2 \times 10^{-4}}{9 \times 64} = 2500$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۸۰ فیزیک چهارم

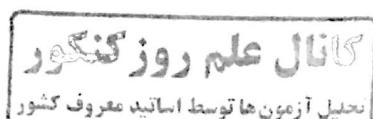
۱۶۷- پاسخ: گزینه ۱

$$x = \frac{n \lambda D}{a} = 2n \cdot \frac{\lambda D}{2a}$$

$$x = (2n-1) \frac{\lambda D}{2a}$$

$$\frac{\lambda D}{2a} = \frac{6 \times 10^{-7} \times 6}{2 \times 3 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.6 \text{ mm}$$

$$\frac{9}{0.6} = 15 \Rightarrow 2n-1 = 15 \Rightarrow n = 8 \quad \text{عدد فرد} = 15$$



تحلیل آزمون‌ها توسط استادی معروف کشور

۱۶۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{x}{D} = \frac{\delta}{a} \Rightarrow \frac{1/5 \times 10^{-3}}{D} = \frac{1250 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow D = \frac{5 \times 1/5 \times 10^{-6}}{1250 \times 10^{-9}} = \frac{7500}{1250} = 6 \text{ m}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینه ۳

$$R = 12 \times 10^4 \Omega \quad \left\{ \Rightarrow 0.9 \times 12 \times 10^4 \leq R \leq 1/1 \times 12 \times 10^4 \Rightarrow R_{\max} = 12/2 \times 10^4 \Omega \right.$$

۱۷۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha \cdot \Delta \theta) = 1/6 \times 10^{-8} \times (1 + 4 \times 10^{-3} \times 125) = 1/6 \times 10^{-8} \times 1/5 = 2/4 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{2/4 \times 10^{-8} \times 0.8}{5 \times 10^{-6}} = \frac{2/4 \times 8}{5} \times 10^{-4} = 3/8 \times 10^{-4} \Omega$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه ۲

$$V_2 = V_1 \Rightarrow 20 \times 0/1 = 20 \times I_1 \Rightarrow I_1 = 0/15 \text{ A}$$

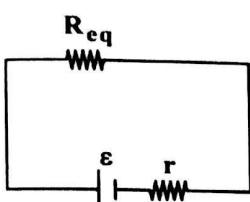
$$I = I_1 + I_2 = 0/15 + 0/1 = 0/25 \text{ A}$$

$$\mathcal{E} - 5I - 20I_1 - 2I = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 8I + 20I_1 = 8 \times 0/25 + 20 \times 0/15 = 5 \text{ V}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه ۲

توان مفید توانی است که به مجموعه مقاومت‌های خارج باتری داده می‌شود و توان تلف شده در مقاومت درونی باتری مصرف می‌شود.

در یک مدار تک‌حلقه‌ای ساده بازده باتری به ترتیب زیر حساب می‌شود:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}$$

$$P_{\text{مفت}} = R_{\text{eq}} I^2, \quad P_{\text{تلف شده}} = r I^2 \Rightarrow R_a = \frac{P_{\text{مفت}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{R_{\text{eq}} I^2}{(R_{\text{eq}} + r) I^2} = \frac{R_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + r}$$

$$\frac{\frac{rR}{R+r}}{\frac{R}{R+r}} = \frac{\frac{r}{R+r} \cdot \frac{R}{R}}{\frac{1}{R+r}} = \frac{\frac{r}{R}}{\frac{1}{R+r}} = \frac{r}{R+r}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینه ۴

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{6}{20} = \frac{V_2}{10} \Rightarrow V_2 = 3 \text{ V}$$

$$I_3 = I_{1,2,3} \Rightarrow \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_{1,2,3}}{R_{1,2,3}} \Rightarrow \frac{V_3}{20} = \frac{6+3}{(20+10)} = \frac{9}{30} \Rightarrow V_3 = 18 \text{ V}$$

$$V_{AB} = V_3 + V_{1,2,3} = 18 + 9 = 27 \text{ V}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۰۲، ۸۶ و ۱۰۴ تا ۱۰۶ فیزیک سوم

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \quad \frac{\ell_1 = 1/2 \ell_2}{A_1 = 2A_2} \Rightarrow R_1 = R_2 = \lambda R_2$$

$R_2$  و  $R_1$  موازی اند

$$I_2 = I_1 + I_2 = 2I_2$$

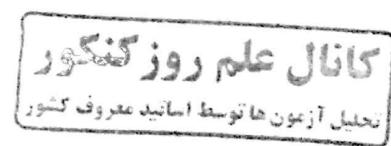
$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 t}{P_1 t} = \frac{R_2}{R_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۸۵ و ۹۸ فیزیک سوم

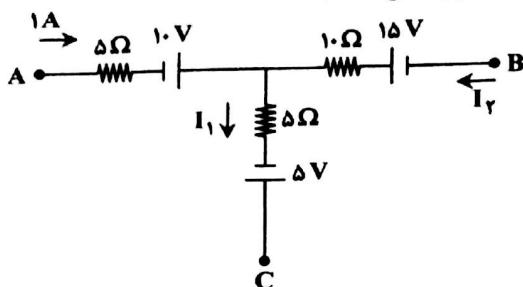
$$P = VI \Rightarrow 0/6 = 3I \Rightarrow I = \frac{0/6}{3} = 0/2 \text{ A}$$

$$200 \times 10^{-3} \text{ Ah} = (0/2 \text{ A}) \times t \Rightarrow t = \frac{0/3}{0/2} = \frac{3}{2} \text{ h} = 1.5 \text{ min}$$



۱۷۶- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۰۸ فیزیک سوم (مثال ۱۴-۳)

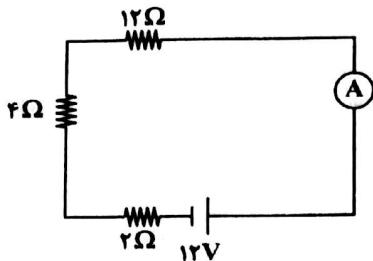


$$\begin{aligned} V_A - 5 \times 1 + 10 - 5I_1 + 5 &= V_C \Rightarrow V_A - V_C = 5I_1 - 10 \\ \Rightarrow 5 &= 5I_1 - 10 \Rightarrow I_1 = 2A \\ 1 + I_2 &= I_1 \Rightarrow I_2 = 2 - 1 = 1A \\ V_A - 5 \times 1 + 10 + 1 \times 2 - 15 &= V_B \Rightarrow V_A - V_B = -1V \end{aligned}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۹۶ تا ۱۰۰ فیزیک سوم

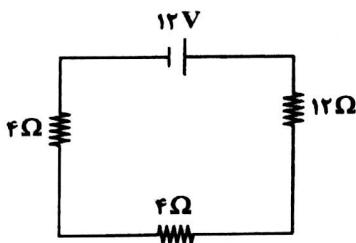
مقاومت آمپرسنچ ایده‌آل ناجیز است، پس از مقاومتی که موازی با آن بسته شده جریانی عبور نمی‌کند (چرا؟) و مسیر عبور جریان مطابق شکل مقابل است.



$$I = \frac{E}{r+R} = \frac{12}{2+4+12} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} A$$

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۴

در حالت اول:



$$I = \frac{12}{4+4+12} = 0.6 A$$

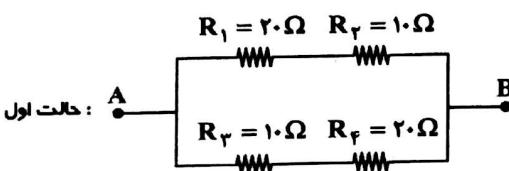
در حالت دوم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی برابر ۹ ولت می‌شود و جریان الکتریکی عبوری از آن به ترتیب مقابل حساب می‌شود:

$$I = \frac{9}{12} = 0.75 A$$

پس شدت جریان I به اندازه ۰.۷۵ آمپر زیاد شده است.

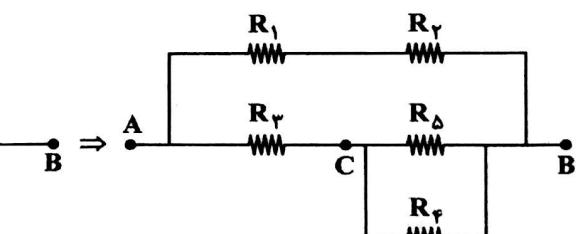
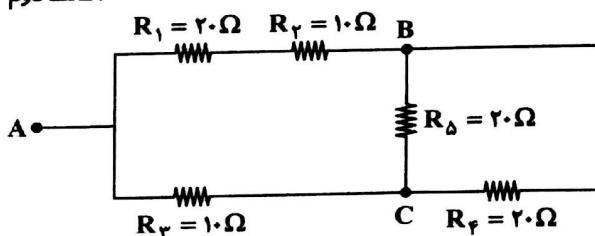
مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه های ۹۷ و ۹۸ فیزیک سوم

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۴



$$R_{eq} = (2+1)(1+2) = \frac{30}{2} = 15\Omega \quad \text{موازی}$$

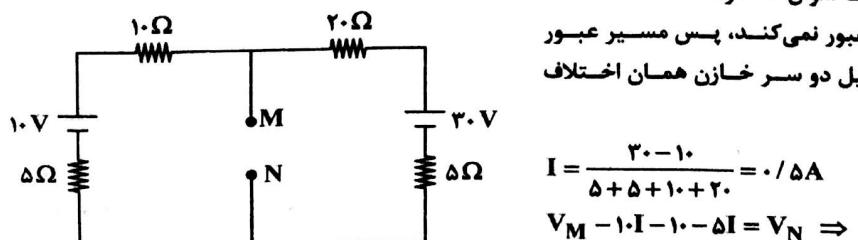
حالت دوم:



$$R'_{eq} = (R_1 + R_2)(R_3 + R_4) = \frac{30 \times 20}{50} = 12\Omega \Rightarrow \frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: \* متوسط  
پس از آنکه خازن پر شود دیگر از آن جریانی عبور نمی‌کند، پس مسیر عبور جریان به شکل مقابل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن همان اختلاف پتانسیل میان نقاط M و N است.



$$I = \frac{30 - 10}{5+5+1+2} = 0.5 A$$

$$V_M - 1 \cdot I - 10 - 5I = V_N \Rightarrow V_M - V_N = 10/5 V$$

$$q = CV = 10 \times 10/5 = 125 \mu C$$

کتابل علم روز کنکور  
آزمون ها توسط اساتید معروف کشور

## لشیم ۹۹

۶۶

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۱

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ شیمی چهارم

▲ مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳ شیمی چهارم

بر اساس حاشیه صفحه ۶۳، یون اکسید به سرعت به یون‌های هیدروکسید تبدیل می‌شود.

۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه ۶۳ شیمی چهارم

■ واکنش اسید و باز به سمت تشكیل اسید و باز ضعیف‌تر پیشرفت می‌کند، بنابراین گزینه ۱ درست و گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست است.

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۶۴ و ۶۵ شیمی چهارم

■ هرچه اسید یا باز قوی‌تر باشد مزدوج آن‌ها ضعیف‌تر خواهد بود، بنابراین در گزینه ۴ باید گفته شود قدرت بازی  $\text{F}^-$  از  $\text{Cl}^-$  بیشتر است.

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۲

جمله درست برای گزینه ۳ به شرح زیر است:

اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که به هنگام حل شدن در آب دارند، دسته‌بندی می‌کنند.

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸ شیمی چهارم

شكل درست گزینه ب: در محلول فسفویک اسید، غلظت یون هیدرونیوم نسبت به سایر یون‌های حاصل از یونش بیشتر است.

شكل درست گزینه ت: در آب خالص مقدار اندازی یون‌های  $\text{H}_3\text{O}^+$  و  $\text{OH}^-$  وجود دارد به همین علت رسانایی آب ناچیز است.

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه‌های ۷۰ و ۷۱ شیمی چهارم

مقیاس pH در دمای اتاق ( $25^\circ\text{C}$ ) گستره ۰ تا ۱۴ دارد.

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷ شیمی چهارم

به طور کلی تعادلات یونی در محیط آبی به سرعت ایجاد می‌شوند و HF نیز به مغض حل شدن ایجاد تعادل می‌کند.

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰ شیمی چهارم

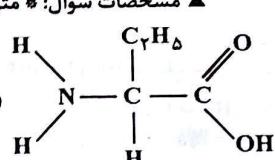
■ فرمول مولکولی بنزوئیک اسید به صورت  $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$  است.

■ دی متیل آمین، نوع دوم است و از اتیل آمین که نوع اول است قوی‌تر است.

■  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  و  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  به مقدار کافی  $\text{OH}^-$  در آب تولید می‌کنند و باز قوی به شمار می‌آیند.

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴ شیمی چهارم

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱



ساختار مورد نظر به صورت

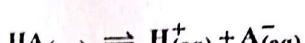
و فرمول مولکولی آن  $\text{C}_7\text{H}_9\text{O}_2\text{N}$  می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ شیمی چهارم

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: « متوسط » صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ شیمی چهارم

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

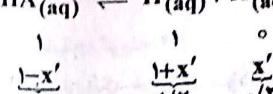
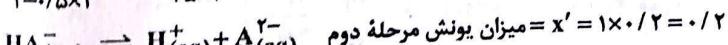
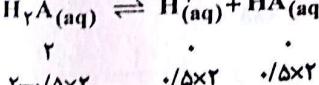
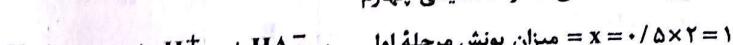


$$\left. \begin{aligned} K_a &= \frac{\alpha \cdot M}{1-\alpha} \\ [\text{H}^+] &= \alpha \cdot M \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.16 = \frac{\alpha(0.1)}{1-\alpha} \Rightarrow 4 - 4\alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = 0.1$$

درصد یونش برابر ۸۰٪ است.

مشخصات سؤال: « دشوار » صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ شیمی چهارم

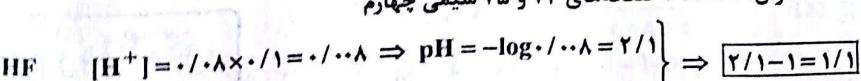
۱۹۲- پاسخ: گزینه ۳



$$K_{a_2} = \frac{1/2 \times 0.2}{0.2} = 0.5$$

مشخصات سؤال: « ساده » صفحه‌های ۷۴ و ۷۵ شیمی چهارم

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۲

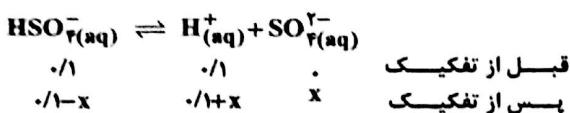
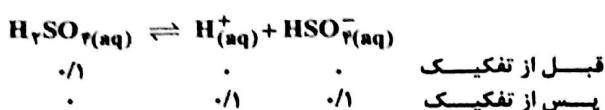


گانال علم روزگار

تحلیل آزمون‌ها توسط اساتید معروف کشور

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

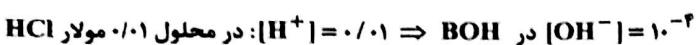
مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۷۵ شیمی چهارم  
سولفوریک اسید یک اسید قوی است و درجه یونش مرحله اول آن برابر یک است، اما در مرحله دوم تفکیک کامل ندارد.



$$\cdot / \lambda = -\log (\cdot / 1+x) \Rightarrow \cdot / 1+x = \cdot / 16 \Rightarrow x = \cdot / 16 \Rightarrow \cdot / 16 = \alpha_2 \times \cdot / 1 \Rightarrow \alpha_2 = \cdot / 6$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۸۱ شیمی چهارم

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۳

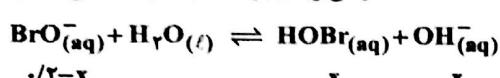


$$\Rightarrow ۱\cdot ۰^{-۴} = \cdot / ۱ \times \alpha \Rightarrow \alpha = ۱\cdot ۰^{-۴} \Rightarrow K_b = (۱\cdot ۰^{-۴})^2 \times \cdot / ۱ = ۱\cdot ۰^{-۸}$$

مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه های ۸۳ و ۸۴ شیمی چهارم

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۱

در نمک  $\text{KBrO}^-$  آبکافت می شود و سبب تغییر  $\text{pH}$  می شود، بنابراین معادله آبکافت  $\text{BrO}^- + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HOBr} + \text{OH}^-$  را می نویسیم و محاسبات را ادامه می دهیم.



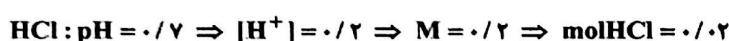
$$K = \frac{[\text{HOBr}][\text{OH}^-]}{[\text{BrO}^-]} \times \frac{[\text{H}^+]}{[\text{H}^+]} = \frac{K_w}{K_a} = ۵ \times ۱\cdot ۰^{-۹}$$

$$5 \times ۱\cdot ۰^{-۹} = \frac{x \times x}{\cdot / ۲ - x} \Rightarrow x^2 = ۱\cdot ۰^{-۹} \Rightarrow x = ۱\cdot ۰^{-۴.5} \Rightarrow \text{pOH} = ۴ \Rightarrow \text{pH} = ۱۱$$

صریح نظر می شود

مشخصات سؤال: \* متوسط \* بخش ۳ شیمی چهارم

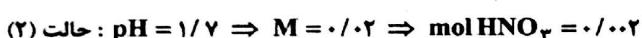
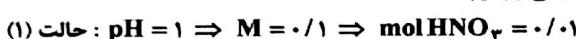
۱۹۷- پاسخ: گزینه ۴



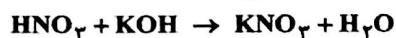
$$x \text{ g CaO} = \cdot / ۰\cdot ۲ \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{\cdot / ۰\cdot ۲ \text{ mol HCl}} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = \cdot / ۵۶ \text{ g CaO}$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* بخش ۳ شیمی چهارم

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۴



$$\Rightarrow \text{mol HNO}_3 = \cdot / ۰\cdot ۱ - \cdot / ۰\cdot ۰\cdot ۱ = \cdot / ۰\cdot ۰\cdot ۸$$



$$g \text{ KOH} = \cdot / ۰\cdot ۰\cdot ۸ \text{ mol HNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} = \cdot / ۴۴\cdot ۸ \text{ g}$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* بخش ۳ شیمی چهارم

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{mol HBr} = \cdot / ۱ \times \cdot / ۲ = \cdot / ۰\cdot ۲$$

$$\text{mol NaOH} = \cdot / ۰\cdot ۵ \times \cdot / ۲ = \cdot / ۰\cdot ۱$$

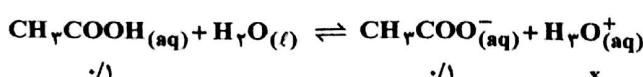
$$\text{mol HBr} = \cdot / ۰\cdot ۲ - \cdot / ۰\cdot ۱ = \cdot / ۰\cdot ۱$$

$$M = \frac{\cdot / ۰\cdot ۱}{\cdot / ۰\cdot ۴} = \cdot / ۰\cdot ۲۵ \Rightarrow \text{pH} = -\log \cdot / ۰\cdot ۲۵ = \cdot / ۶$$

مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۸۸ شیمی چهارم

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۲

در این محلول بافر تعادل یونی زیر برقرار است (مطابق صفحه ۸۸ کتاب درسی).



$$\frac{x \times \cdot / ۱}{\cdot / ۱} = ۲ \times ۱\cdot ۰^{-۵} \Rightarrow [\text{H}^+] = ۲ \times ۱\cdot ۰^{-۵} \Rightarrow \text{pH} = \cdot / ۵$$

کانال علم روز کنکور

تحلیل آزمون ها توسط اساتید معروف کشور

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۴

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۱

۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۳۹ شیمی سوم

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه های ۴۰ و ۴۱ شیمی سوم

در گزینه ۱ باید گفته شود: ظرفیت گرمایی ویژه از تقسیم ظرفیت گرمایی بر جرم جسم حاصل می شود.

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۱

۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۴۲ شیمی سوم

$$c = \frac{229}{52 \times 5} = 0.902 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \Rightarrow 27 \times 0.902 = 24 / 25$$

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۴

۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه های ۴۵ تا ۵۰ شیمی سوم

در گزینه ۱، دماسنجد سامانه بسته و لیوان شیر و کتری در حال جوشیدن هر دو سامانه باز هستند.

در گزینه ۲ هر سه خاصیت ذکر شده شدتی هستند.

در سوختن بروبان علامت  $q$  و  $w$  هر دو منفی است.

۲۰۵- پاسخ: گزینه ۴

۱

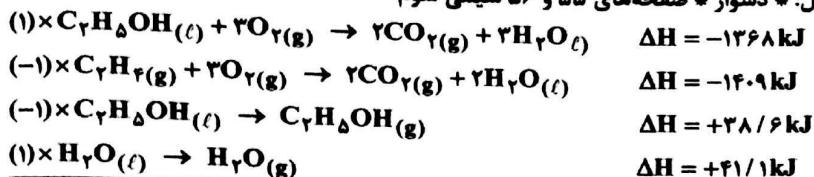
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۵۰ و ۵۱ شیمی سوم

وقتی در صورت سؤال تأکید بر تغییرات دارد به این معنی است که باید قدرمطلق  $\Delta H$  را با قدرمطلق  $\Delta E$  مقایسه نمود، بنابراین در واکنشی که  $q$  و  $w$  هم علامت هستند تغییرات  $\Delta E$  بیشتر از تغییرات  $\Delta H$  است یا  $|\Delta H| > |\Delta E|$  است.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۳

۱

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه های ۵۵ و ۵۶ شیمی سوم



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳

۱

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه های ۵۸ و ۵۹ شیمی سوم

عبارت اول نادرست است و به جای گرماسنج لیوانی باید گرماسنج بمبی گفته شود.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۵۹ شیمی سوم

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۱

۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۶۳ و ۶۴ شیمی سوم (کنکور ریاضی ۹۵)

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۴

۱

$$\Delta H = [2(-918) + 2(-277) + 2(-814)] - [2(-286) + 2(-814)] = -50.3$$

$$1 \text{ mol Pb(s)} = -50.3 \text{ kJ}$$

$$\begin{cases} 20.7 \text{ g} & 50.3 \\ 1.035 & x \end{cases} \Rightarrow x = 2515 \text{ kJ}$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۴

۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه های ۶۵ تا ۷۱ شیمی سوم

کانال علم روز کنکور

تحلیل آزمون ها توسعه آستانید معروف گشور